

## Résultats

|       | $\hat{\alpha}_{02}$ |                   | $\hat{\alpha}_{01}$ |                   | $\hat{\alpha}_{12}$ |                   | $\hat{\beta}$   |                 |
|-------|---------------------|-------------------|---------------------|-------------------|---------------------|-------------------|-----------------|-----------------|
|       | $\hat{\gamma}_{02}$ | $\hat{\eta}_{02}$ | $\hat{\gamma}_{01}$ | $\hat{\eta}_{01}$ | $\hat{\gamma}_{12}$ | $\hat{\eta}_{12}$ | $\hat{\beta}_M$ | $\hat{\beta}_R$ |
| n=50  | 2.85                | 0.057             | 2.01                | 1.74              | 1.746               | 0.191             | -1.08           | -0.501          |
|       | (4.53)              | (0.072)           | (0.56)              | (3.17)            | (1.73)              | (0.65)            | (0.29)          | (0.14)          |
| n=100 | 2.39                | 0.05              | 1.96                | 1.16              | 1.68                | 0.13              | -1.01           | -0.50           |
|       | (4.01)              | (0.06)            | (0.42)              | (1.39)            | (3.51)              | (0.025)           | (0.21)          | (0.093)         |
| n=200 | 1.82                | 0.05              | 1.98                | 0.89              | 1.50                | 0.13              | -1.00           | -0.50           |
|       | (2.6)               | (0.04)            | (0.28)              | (0.40)            | (0.41)              | (0.02)            | (0.13)          | (0.06)          |

Table 1: Moyenne et écart-type empirique (entre parenthèse) des estimateurs

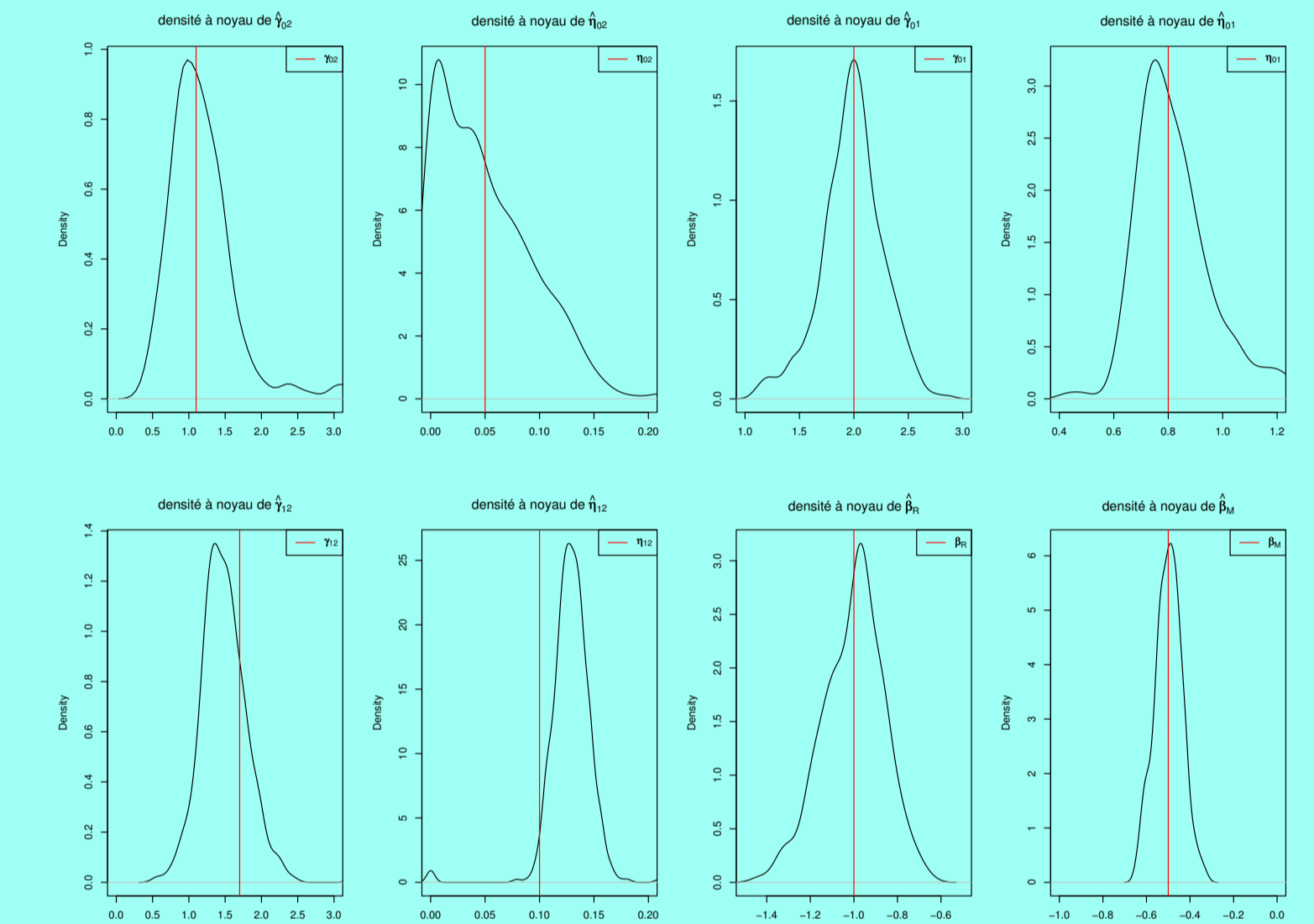


Figure 5: Densité à noyau des différents estimateurs

## Introduction

Dans le domaine de la sûreté de fonctionnement, on s'intéresse au contrôle du vieillissement de systèmes réparables. Pour cela, les systèmes sont soumis à deux types de maintenance, les maintenances préventives (MP) et les maintenances correctives (MC). Dans ce travail, nous nous intéressons uniquement aux maintenances préventives.

Le système étudié peut être dans plusieurs états : sain, dégradé et défaillant. L'état défaillant est un état absorbant. En effet, lorsque cela se produit, le système est changé et donc considéré comme neuf, et donc comme un nouveau système. Dans ce travail, le système peut passer de l'état dégradé à l'état sain en effectuant des réparations lors de maintenances préventives sur ce système. De plus, il est possible grâce à des modifications technologiques sur le système d'améliorer celui-ci, c'est-à-dire de diminuer son risque d'être dégradé ou défaillant.

On s'intéresse ici à estimer conjointement le taux de défaillance et le taux de dégradation de ce système tout en prenant en compte les gains apportés par les maintenances et par les modifications technologiques. Pour cette problématique, nous proposons d'utiliser des modèles multi-états de type "illness-death model" (cf [3] et Andersen et al. [2, 1], très souvent utilisés dans le domaine biomédical).

## 1 Présentation des données

Le modèle présenté dans ce poster a pour origine des données EDF. Nous observons  $n$  systèmes qui fonctionnent dans des conditions identiques. Chaque système peut être dans trois états :

- état 0 : le système est sain,
- état 1 : le système fonctionne en mode dégradé,
- état 2 : le système est défaillant.

Les systèmes peuvent ainsi passer de l'état sain à l'état défaillant, ou de l'état sain vers l'état dégradé puis vers l'état défaillant.

Pour chaque système, des dates de maintenances préventives sont données ainsi que l'état dans lequel se trouve le système au moment de la visite de maintenance. Les dates de dégradations sont donc toujours inconnues : si un système est déclaré dégradé à un instant  $T$ , la date de dégradation est donc comprise entre la maintenance précédente et  $T$ . En revanche, les dates de défaillance sont connues. Par conséquent, nous sommes en présence de données censurées par intervalles pour les dates de dégradations.

Nous considérons qu'après une réparation, le système revient dans l'état sain en gardant son âge de fonctionnement mais nous considérons que sa probabilité de dégradation et de défaillance est plus faible que s'il n'avait pas subi de maintenance préventive. Ces gains seront modélisés par des covariables dépendantes du temps.

## 2 Modélisation

### 2.1 Modèle multi-états

On peut résumer le modèle par la figure suivante :

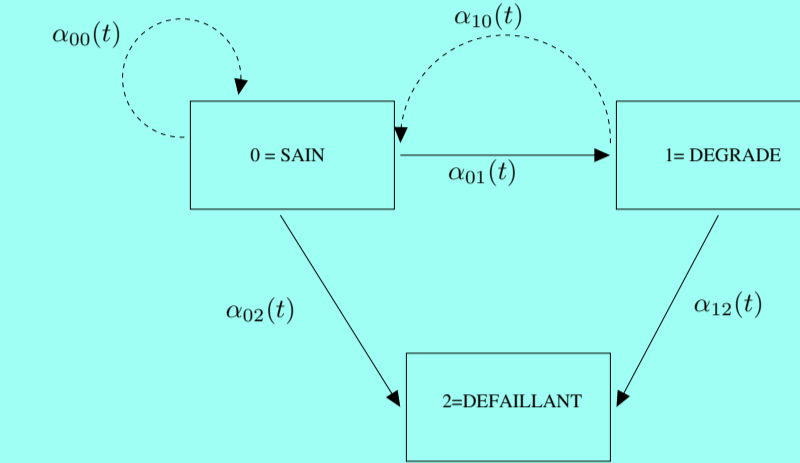


Figure 1: Modèles multi-états : sain, dégradé, défaillant

Dans cette figure, les deux flèches en pointillé modélisent les gains apportés par les maintenances préventives ( $\alpha_{10}$ ) et les gains apportés par les modifications technologiques ( $\alpha_{00}$ ).

Nous supposons que les intensités  $\alpha_{01}$ ,  $\alpha_{02}$  et  $\alpha_{12}$  s'écrivent en fonction des intensités initiales, notées respectivement  $\tilde{\alpha}_{01}$ ,  $\tilde{\alpha}_{02}$  et  $\tilde{\alpha}_{12}$  et de deux fonctions comptant le nombre de réparations et modifications technologiques dépendant du temps. Les intensités initiales correspondent à l'usure intrinsèque du système s'il n'était pas maintenu. Les intensités s'écrivent donc sous la forme

$$\alpha_{ij}(t) = \tilde{\alpha}_{ij}(t) \exp(\beta_R R_t + \beta_M M_t) \quad (1)$$

où  $R_t$  et  $M_t$  représentent respectivement le nombre cumulé de réparations et le nombre cumulé de modifications technologiques effectuées avant le temps  $t$ . La figure suivante donne un exemple pour  $\beta_R = -1$ ,  $\beta_M = -0.5$  et  $\tilde{\alpha}_{ij}$  une Weibull de paramètre de forme égal à 2.

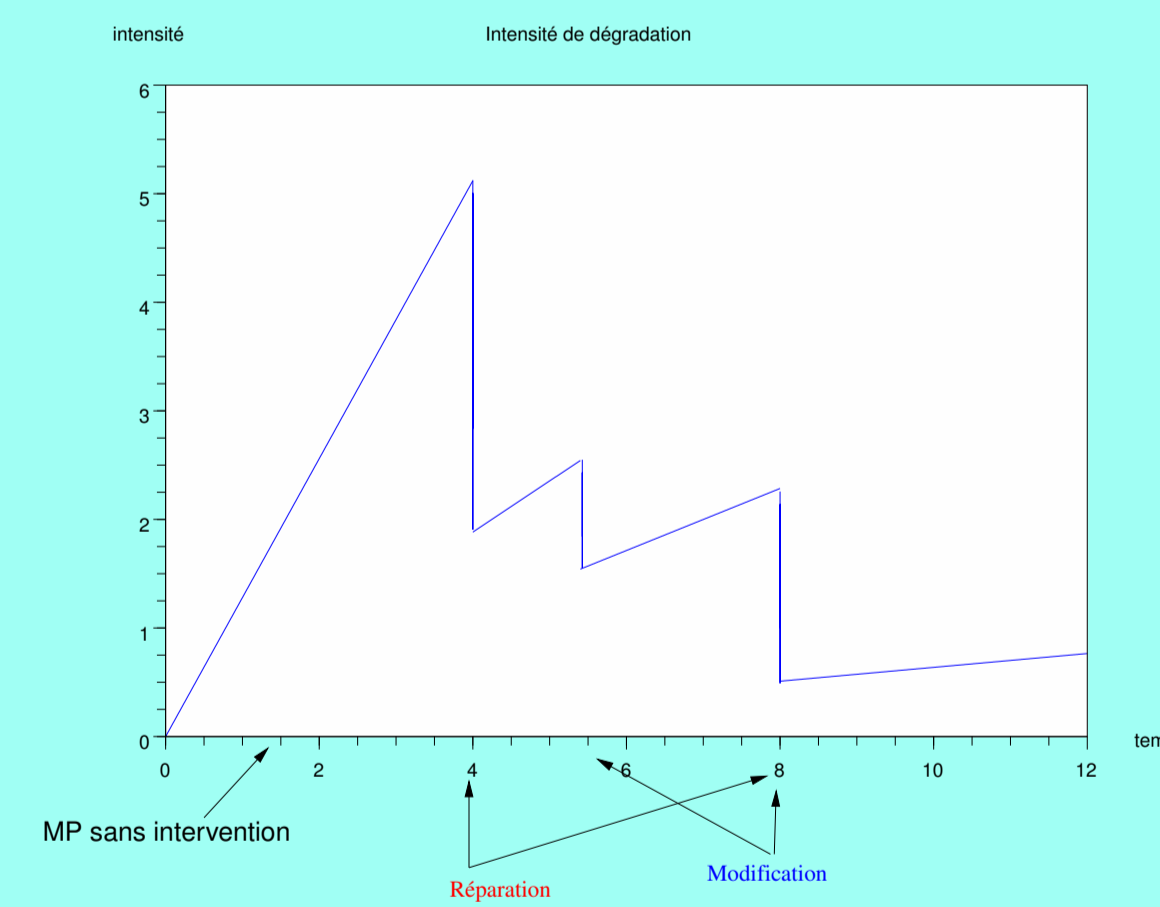


Figure 2: Exemple d'intensité avec prise en compte des maintenances

### 2.2 Calcul de la vraisemblance

Nous listons les trajectoires possibles d'un système  $i$  et leur contribution à la vraisemblance, notée  $L_i$ . Nous donnons cette trajectoire sur la figure 3.

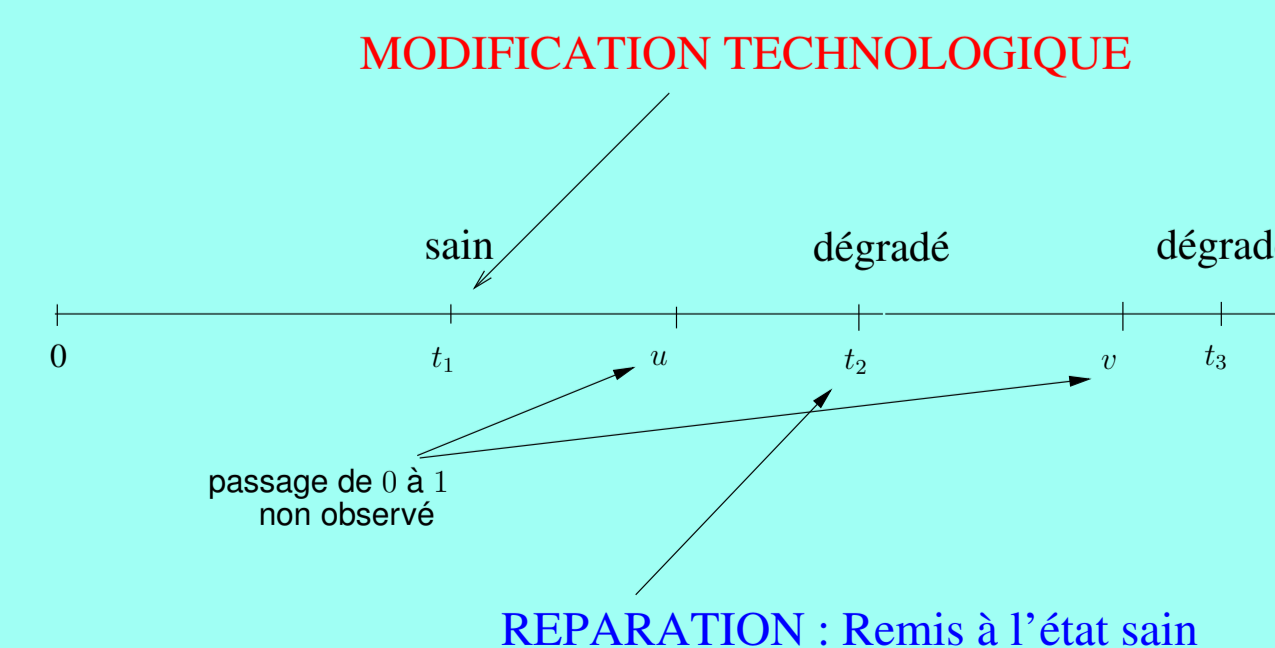


Figure 3: Premier exemple de trajectoire d'un système

$$L_i = P_{00}(0, t_1) * \int_{t_1}^{t_2} P_{00}(t_1, u) \alpha_{01}(u) P_{11}(u, t_2) du * \int_{t_2}^{t_3} P_{00}(t_2, v) \alpha_{01}(v) P_{11}(v, t_3) dv \quad (2)$$

avec

$$P_{00}(s, t) = \exp\left(-\int_s^t \alpha_{01}(u) du - \int_s^t \alpha_{02}(u) du\right) \quad (3)$$

qui est la probabilité que le système soit dans l'état 0 à l'instant  $t$  sachant qu'il était à l'état 0 à l'instant  $s$ , et

$$P_{11}(s, t) = \exp\left(-\int_s^t \alpha_{12}(u) du\right) \quad (4)$$

qui est la probabilité que le système soit dans l'état 1 à l'instant  $t$  sachant qu'il était à l'état 1 à l'instant  $s$ .

Une deuxième trajectoire possible est représentée sur la figure 4.

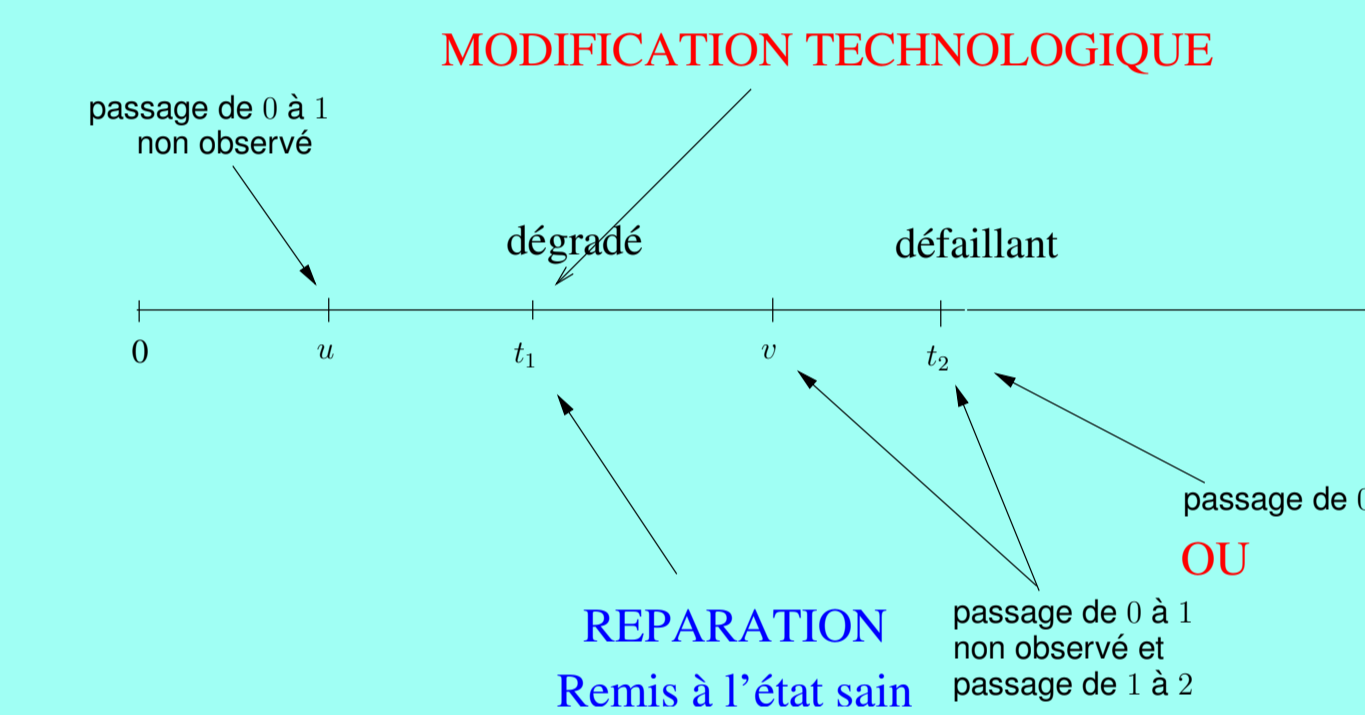


Figure 4: Deuxième exemple de trajectoire d'un système

La contribution à la vraisemblance pour cette trajectoire s'écrit :

$$L_i = \int_0^{t_1} P_{00}(0, u) \alpha_{01}(u) P_{11}(u, t_1) du * \left( \int_{t_1}^{t_2} P_{00}(t_1, v) \alpha_{01}(v) P_{11}(v, t_2) dv * \alpha_{12}(t_2) + P_{00}(t_1, t_2) * \alpha_{02}(t_2) \right) \quad (5)$$

### 2.3 Méthode d'estimation

Les trois intensités initiales  $\tilde{\alpha}_{01}$ ,  $\tilde{\alpha}_{12}$  et  $\tilde{\alpha}_{02}$  sont supposées de type Weibull :

$$\tilde{\alpha}_{ij}(t) = \gamma_{ij} \eta_{ij} (\eta_{ij} t)^{\gamma_{ij}-1} \quad (6)$$

$\beta_R$  et  $\beta_M$  sont supposés identiques pour les trois intensités.

## 3 Simulations

### Description

- $\tilde{\alpha}_{01}$ ,  $\tilde{\alpha}_{02}$  et  $\tilde{\alpha}_{12}$  sont des weibull de paramètres :  $\gamma_{01} = 2$ ,  $\eta_{01} = 0.8$ ,  $\gamma_{02} = 1.1$ ,  $\eta_{02} = 0.05$ ,  $\gamma_{12} = 1.7$ ,  $\eta_{12} = 0.1$ .
- on fixe  $\beta_R = -1$  et  $\beta_M = -0.5$
- temps de visite  $t_0, \dots, t_m$  pour chaque matériel sont générés suivant :  $t_0 = 0$ ;  $t_{k+1} = t_k + 2 + 3U$  où  $U \sim U[0, 1]$
- modification technologique selon une Bernoulli ( $p = 0.75$ )
- fin d'étude pour chaque matériel :  $5 + 50U$  avec  $U \sim U[0, 1]$
- 500 répliques de simulations pour des tailles d'échantillon  $n = 50$ , 100 et 200 matériels.

## Conclusions et perspectives

- Refaire les simulations avec  $n$  plus grand
- Appliquer sur les données réelles fournies par EDF
- Prendre en compte les maintenances correctives : permettre le passage de l'état défaillant à l'état sain
- Développer des méthodes d'estimations semi-paramétriques

## References

- [1] Borgan O. Gill R.D. Andersen, P.K. and N. Keiding. *Statistical Model Based on Counting Processes*. New York: Springer, 1993.
- [2] P.K. Andersen. Multistate models in survival analysis: a study of nephropathy and mortality in diabetes. *Statistics in Medicine*, 7:661-670, 1988.
- [3] A. Lisnianski and G. Levitin, editors. *MULTI-STATE SYSTEM RELIABILITY: Assessment, Optimization and Applications*. Series on Quality, Reliability and Engineering Statistics - Vol. 6. World Scientific, 2003.