

# Pronostic pour la Maintenance

surveillance, pronostic et maintenance conditionnelle

Mitra Fouladirad

Troyes University of Technology

15/05/14

- 1 Formalisation
- 2 Pronostic pour la maintenance
- 3 La mise en place du concept de pronostic

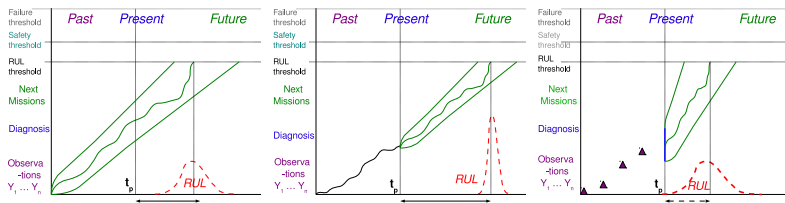
# Pronostic

- Prédiction du comportement futur et de la durée de vie d'un système
- Objectif principal : calculer la durée de vie résiduel (RUL) en prenant compte des données de surveillance
- Abondance des méthodes d'estimation de la durée de vie résiduelle,
- Très peu de travaux considèrent cette quantité pour la prise de décision de maintenance.
- Quantité pas proprement définie, dans le sens où il existe plusieurs définitions possibles de la durée de vie résiduelle.
- Point important : surveillance donc données bruitées
- Filtrage

- $X_t$  l'état du système à l'instant  $t$
- $X = (X_t)_{t \in \mathbb{R}_+}$  à valeurs dans l'espace de probabilité  $(E, \varepsilon)$ .
- Une partition de l'espace  $E = \mathcal{U} \cup \bar{\mathcal{U}}$ , définissant la zone utile  $\mathcal{U}$
- Quantité d'intérêt pour le pronostic : le temps restant avant de sortir de la zone  $\mathcal{U}$ , i.e. the *Remaining Useful Life* :

$$\mathcal{RUL}_t = \inf\{s \geq t, X_s \notin \mathcal{U}\} - t \quad (1)$$

# RUL et surveillance



**FIGURE:** Illustration du concept de pronostic pour différents types d'observation

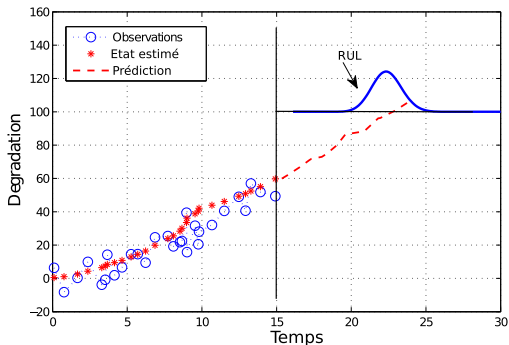
# Formalisation en présence d'observations bruitées

- Le système est inspecté aux instants  $t_k$ ,  $k \in \mathbb{N}^*$ ,
- $Y_{t_k}$  observation à  $t_k$ ,
- $X_{t_k}$  l'état du système à  $t_k$
- $Y_i = g_i(X_{t_i}) + \epsilon_i$ ;
- $\mathcal{RUL}_{t_k}$  la variable aléatoire représentant la durée de vie résiduelle à l'instant  $t_k$ ,
- On s'intéresse à la loi de la RUL

$$\mathcal{L}(\mathcal{RUL}_{t_k} | Y_1 = y_1, \dots, Y_n = y_n). \quad (2)$$

Distribution de la RUL :

$$F_{\mathcal{RUL}_{t_k}}(h) = \mathbb{P}(\mathcal{RUL}_{t_k} < h) = \mathbb{P}(X_{t_k+h} \in \bar{\mathcal{U}} | Y_{t_1}, \dots, Y_{t_k})$$



**FIGURE:** Estimation de la densité de la RUL avec des observations bruitées

# Calcul de la loi de RUL

Division du calcul en deux parties si le processus  $X = (X_t)_{t>0}$  est Markovien :

$$\mathbb{P}(\mathcal{RUL}_t > s | Y_1 = y_1 \cdots Y_n = y_n) = \int_E R_x(s) \mu_{y_1, \dots, y_n}(t)(dx).$$

## Première partie : fiabilité

La fiabilité du système à l'instant  $t$ , avec l'état initial  $x$  :

$$R_x(t) = \mathbb{P}_x(X(s) \in \mathcal{U} \quad \forall s \leq t)$$

## Deuxième partie : loi conditionnelle (filtrage)

La loi conditionnelle de  $X_t$  pour  $t > t_n$  considérant  $Y_1 = y_1, \dots, Y_n = y_n$  :

$$\mu_{y_1, \dots, y_n}(t) = \mathcal{L}(X_t | Y_1 = y_1, \dots, Y_n = y_n).$$



# L'utilité pour la maintenance

- Politique basée sur la moyenne de la RUL
- Politique basée sur la fonction de répartition de la RUL
- Prise en compte des conditions d'utilisation

# Politique de maintenance basée sur la moyenne de la RUL

$\hat{x}_k$  état estimé à  $t_k$

## Politique I

$\tau_m$  seuil de remplacement préventif, à chaque instant d'inspection  $t_k$ ,

- si  $\hat{x}_k \in \bar{\mathcal{U}}$ , remplacement correctif,
- si  $\hat{x}_k \in \mathcal{U}$  et  $\mathbb{E}(\mathcal{RUL}_{t_k}) \leq \tau_m$ , remplacement préventif,
- si  $\hat{x}_k \in \mathcal{U}$  et  $\mathbb{E}(\mathcal{RUL}_{t_k}) > \tau_m$ , report de décision à  $t_{k+1}$ .

## Politique II

A l'instant d'inspection  $t_k$ ,

- si  $\hat{x}_k \in \mathcal{U}$ , la durée avant le prochain remplacement préventif est  $\mathbb{E}(\mathcal{RUL}_{t_k})$ ,
- si  $\hat{x}_k \in \bar{\mathcal{U}}$ , le système est remplacé correctivement.

# Politique basée sur les quantiles de la RUL

## Politique I

Soit  $P \in [0, 1]$ , à chaque instant d'inspection  $t_k$ ,

- si  $\hat{x}_k \in \bar{\mathcal{U}}$ , remplacement corrective,
- si  $\hat{x}_k \in \mathcal{U}$  et  $F_{\mathcal{RUL}_{t_k}}(\Delta t) \geq P$ , remplacement préventive,
- si  $\hat{x}_k \in \mathcal{U}$  et  $F_{\mathcal{RUL}_{t_k}}(\Delta t) < P$ , décision reportée à l'instant  $t_{k+1}$ .

## Politique II

Pour une probabilité fixée  $a$ , à l'instant  $t_k$ ,

- si  $\hat{x}_k \in \mathcal{U}$ , la durée avant le prochain remplacement préventif est  $Q_a(t_k)$ , quantile de la RUL( $t_k$ ), tel que  $\mathbb{P}(\text{RUL}(t_k) \leq Q_a(t_k)) < a$ .
- si  $\hat{x}_k \in \bar{\mathcal{U}}$ , remplacement corrective.

# Les éléments nécessaires

- Indicateur de dégradation ou de santé
- Caractère Markovien de la variable représentant l'état du système (pour appliquer la division de calcul de la loi de RUL)
- Méthode de filtrage si les observations sont bruitées : en-ligne ou hors ligne.

# Construction d'indicateur de dégradation : exemple illustratif

## Les données PHM 2008

- 218 composants
- 24 capteurs
- 3 conditions opérationnelles
- séries temporelles

## Deux ensembles de données

- ensemble d'apprentissage : données jusqu'à la panne
- ensemble test : données jusqu'à un instant avant la panne

# Construction de l'indicateur de dégradation

## Les étapes

- Sélection des capteurs
- Distinction des modes opérationnels
- Analyse en composantes principales
- Proposition d'un indicateur de dégradation

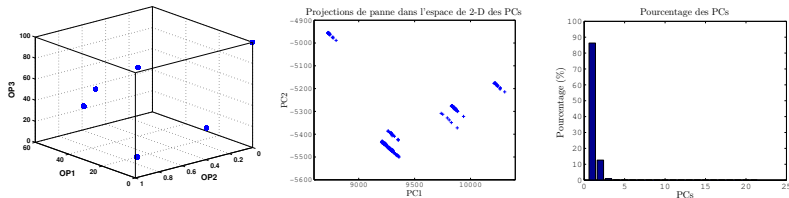
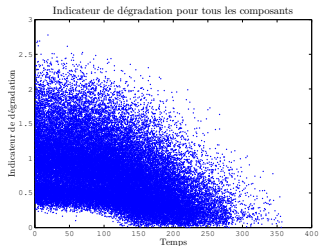
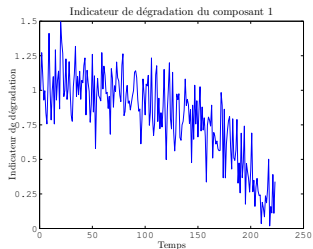
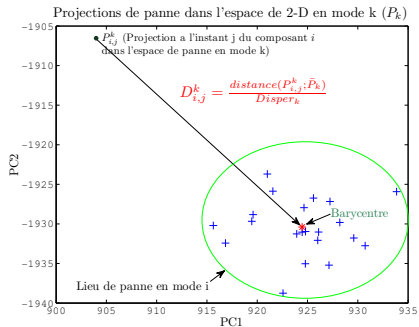


FIGURE: Les 6 modes opérationnels et ACP par mode

# Construction de l'indicateur de dégradation



# Modélisation de l'indicateur de dégradation

## Processus stochastiques

- Dégradation non monotone : processus Wiener avec dérive
- Dégradation monotone bruitée : processus Gamma non-homogène avec bruit gaussien

## Avantages

- Comparaison avec d'autres modèles (déterministes ou aléatoires)
- Critère : pronostic, pénalité sur la prédiction tardive de défaillance
- Mise en avant de la modélisation stochastique pour le pronostic



## La loi de la RUL

$$\begin{aligned} F_{\mathcal{RUL}_{t_k}}(h) &= \mathbb{P}(\mathcal{RUL}_{t_k} < h) = \mathbb{P}(X_{t_k+h} > L | Y_{t_1}, \dots, Y_{t_k}) \\ &= \int \underbrace{\bar{F}_{\alpha((t_k+h)^b - t_k^b), \beta}(L - x)}_{\text{Fonction de survie de Gamma}} \cdot \underbrace{\mu_{Y_{t_1}, \dots, Y_{t_k}}(t_k)}_{\text{Loi conditionnelle de } X_{t_k}} dx \end{aligned}$$

## Approximation par MCMC (Gibbs)

$$\hat{F}_{\mathcal{RUL}_{t_k}}(h) = \frac{1}{Q} \sum_{q=Q_0+1}^{Q_0+Q} \bar{F}_{\alpha((t_k+h)^b - t_k^b), \beta}(L - \hat{x}_k^{(q)})$$

$Q_0$  nombre d'itérations pour atteindre l'état stationnaire et  $Q$  le nombre d'itérations supplémentaires pour l'estimation.

- Indicateur de dégradation, état de santé du système
- Quel choix, pour quelle raison ?

# Etat du système et sa modélisation : exemple illustratif

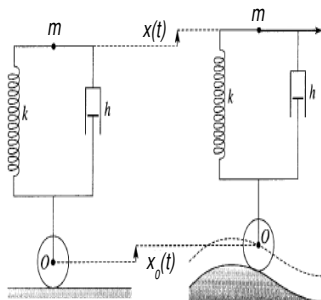


FIGURE: Système d'amortissement de véhicule

$X$  la hauteur de la masse (l'habitacle),  $\dot{X}$  sa vitesse.  $h$  le coefficient d'amortissement,  $k$  la raideur du ressort.

# Etat du système et sa modélisation : exemple illustratif

- Le fonctionnement dépend du profil de la route.
- Trois causes de dégradation
  - dégradation due à l'usure
  - dégradation due aux conditions environnementales
  - dégradation due aux conditions d'utilisation
- Deux premières dégradations par chocs, arrivant selon deux processus de poisson  $(T_i^u)_{i \in N}$ ,  $(T_i^{ce})_{i \in N}$  d'intensité respective  $\lambda^u$  et  $\lambda^{ce}$ .
- Les chocs modifient le coefficient d'amortissement et la raideur selon une loi uniforme

# Etat du système et sa modélisation : exemple illustratif

le comportement du système à un instant  $t$  est résumé par :

$$\Xi_t = \left( X(t), \dot{X}(t), H(t), K(t), \lambda^{ce}(t), A(t), \Omega(t) \right)$$

- $\lambda^{ce}(t), A(t), \Omega(t)$  : covariables et rendent le processus  $\Xi = (\Xi_t)_{t \in \mathbb{R}_+}$  markovien.
- Entre les instants de saut  $X$  et  $\dot{X}$  évoluent selon l'équation différentielle et les autres composantes restent constant.
- Aux instants de saut  $H, K, \lambda^{ce}, A,$  et  $\Omega$  sont modifiés.
- Modélisation via un processus de Markov déterministe par morceaux ou PDMP

# Etat du système et sa modélisation : exemple illustratif

Nous identifions deux modes de défaillance, à savoir,

- des oscillations trop importantes par unité de temps,
- une position moyenne trop basse.

La zone de défaillance, notée  $\bar{U}$ , est l'intersection de ces deux modes.

Soient  $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_{n-1} < t_n \leq t_{pro}$  une suite d'instants d'observation où nous observons

$$Y_k = g_k(\Xi_{t_k}) + \epsilon_k.$$

où  $\epsilon_k$  est le bruit de mesure, il est supposé gaussien et indépendant de  $\Xi_{t_k}$

Soit  $t_{pro}$  l'instant de pronostic, i.e. l'instant d'inspection où nous voulons estimer la RUL

# Pronostic : exemple illustratif

$$\mathbb{P}(\text{RUL}(t_{pro}) > \tau | Y_1 = y_1, \dots, Y_n = y_n) = \int_{\mathbb{R}^7} R_\xi(\tau) \mu_{y_1, \dots, y_n}(d\xi),$$

- $R_\xi(t) = \mathbb{P}(\Xi_s \in \mathcal{U}, \forall s \leq t)$  est la fiabilité à l'instant  $t$  avec loi initiale  $\delta_\xi$ , la masse de Dirac au point  $\xi \in \mathbb{R}^7$ , avec  $\mathcal{U}$  la zone de bon fonctionnement
- $\mu_{y_1, \dots, y_n}$  la densité conditionnelle de  $\Xi$  sachant les observations  $Y_1 = y_1, \dots, Y_n = y_n$ .
- Séparation les événements passés (influant sur la loi conditionnelle) et les suppositions sur les conditions de missions futures (influant le calcul de fiabilité).
- $R_\xi$  peut être calculée par les méthodes de calcul propres aux PDMP (Kalashnikov, Coccozza).
- Calcul de la loi conditionnelle par une méthode récursive avec intégration au fur et à mesure des observations.

# Pronostic : exemple illustratif

- $P_{t_{p+1}-t_p}$  le noyau de transition de  $\Xi$  entre  $t_p$  et  $t_{p+1}$
- $\nu_p$ , la densité conditionnelle de  $\Xi$  sachant les observations  $Y_1 = y_1, \dots, Y_{p-1} = y_{p-1}$
- $\tilde{\nu}_p$ , la densité conditionnelle de  $\Xi$  sachant les observations  $Y_1 = y_1, \dots, Y_p = y_p$ .

$$\nu_p(d\xi) = \mu_{y_1, \dots, y_{p-1}}(d\xi), \quad \tilde{\nu}_p(d\xi) = \mu_{y_1, \dots, y_p}(d\xi).$$

Notons  $\phi_p$  la densité de la loi de Gauss associée au bruit  $\epsilon_p = Y_p - g_p(\Xi_{t_p})$  alors  $\tilde{\nu}_p$  se calcule de la manière suivante à partir de  $\nu_p$  :

$$\tilde{\nu}_p(d\xi) = \frac{\phi_p(y_p - g_p(\xi))\nu_p(d\xi)}{\int_{\mathbb{R}^7} \phi_p(y_p - g_p(v))d\nu_p(d\xi)}$$

$$\nu_{p+1}(d\xi) = \int_E P_{t_{p+1}-t_p}(y, d\xi)\tilde{\nu}_p(dy)$$



# Pronostic

Introduisons  $\delta_\xi$  la masse de Dirac associée à  $\xi \in \mathbb{R}^7$ .

L'approximation utilisant  $N$  particules est résumée comme suit.

**Etape 1.** Simulation de  $N$  valeurs de  $\Xi_{t_1}$ , notées  $\xi_1^1, \dots, \xi_1^N$ , afin d'obtenir

$$\nu_1^N = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta_{\xi_1^j}, \quad \text{mesure empirique, approximation de } \nu_1$$

**Etape 2.** Calcul de la constante de normalisation pour avoir  $\tilde{\nu}_1^N$ .

**Etape 3.** Simulation de  $N$  valeurs de  $\Xi_{t_2-t_1}$  avec la loi initiale  $\tilde{\nu}_1^N$ , afin d'obtenir

$$\nu_2^N = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta_{\xi_2^j}, \quad \text{mesure empirique, approximation de } \nu_2$$

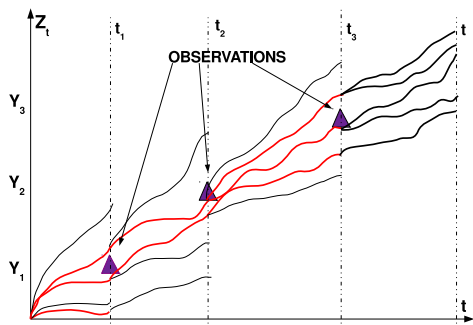
**Etape 4.** Calcul de la constante de normalisation pour avoir  $\tilde{\nu}_2^N$ .

**Etape 5.** Simulation de  $N$  valeurs de  $\Xi_{t_3-t_2}, \dots$

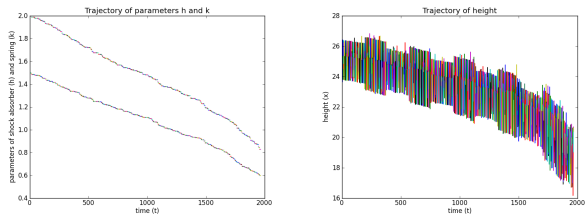
# Pronostic

La densité  $\nu_p$  est approchée par la mesure empirique  $\nu_p^N = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta_{\xi_p^j}$ . Les densités  $\hat{\nu}_p$  sont approchées de la manière suivante :

$$\tilde{\nu}_p^N = \sum_{j=1}^N p_j \delta_{\xi_p^j} \text{ où } p_j = \frac{\phi_p(y_p - g_p(\xi_p^j))}{\sum_{l=1}^N \phi_p(y_p - g_p(\xi_p^l))}. \quad (3)$$



# Pronostic

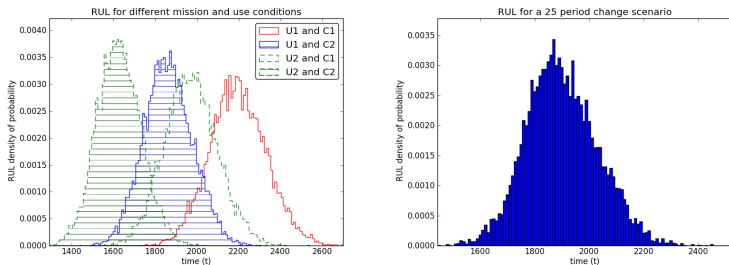


**FIGURE:** Une trajectoire de la hauteur de la masse  $X$  (droite) et une trajectoire de indicateurs de dégradation  $H$  et  $K$  (gauche)

Temps de sortie de la zone utile  $\mathcal{U}$  : 1965.97 unités de temps.

# Pronostic

Histogramme de la durée de vie résiduelle du système à l'instant initial  $t_0 = 0$  (la fiabilité à  $t_0$ ) pour différentes conditions de mission possibles.



**FIGURE:** L'histogramme de la RUL pour des condition fixées (droite), pour des conditions variables (gauche)

# Pronostic pour la maintenance

Politique I : basée sur la moyenne

Politique II : basée sur un quantile

Politique III : basée sur l'état estimé

Dégradation selon un processus Gamma avec bruit gaussien

Politique	I	II	III
paramètres optimaux	$(\Delta t, \tau_m)=(4.8, 5.7)$	$(\Delta t, P)=(4.8, 0.18)$	$(\Delta t, A)=(2.4, 11.4)$
$C_\infty$	6.0085	6.0083	6.3706

TABLE: Coûts moyens à long terme optimaux, pour  $X_t \sim \Gamma(t^{3/2}, 2)$ ,  $C_d = 2.5C_c = 5C_p = 50C_i$ .

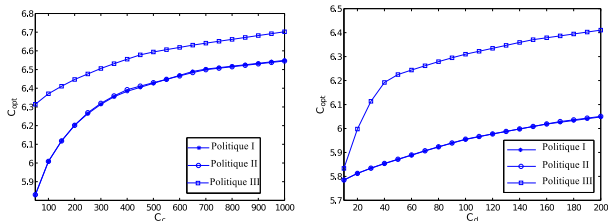
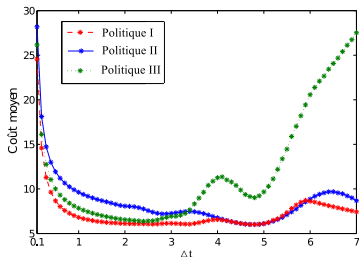
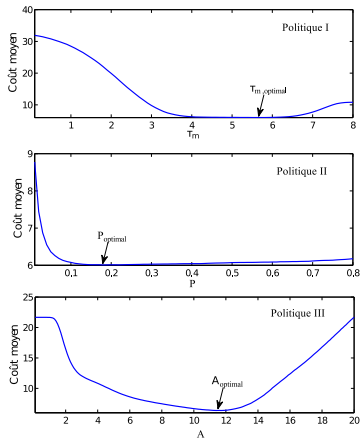


FIGURE: Evaluation du coût moyen optimal

# Pronostic pour la maintenance



**FIGURE:** Variation du coût moyen à long terme des trois politiques pour l'intervalle d'inter-inspection optimal (gauche), en fonction de  $\Delta t$  pour les valeurs optimales de  $\tau_m$ ,  $P$  et  $A$  (droite).

Merci pour votre attention