

# Prise de décision en maintenance conditionnelle pour un système soumis aux risques concurrents de choc et de dégradation

K.T. Huynh<sup>1</sup>, A. Barros<sup>1</sup>, C. Bérenguer<sup>1</sup> et I.T. Castro<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institut Charles Delaunay - UMR CNRS 6279  
Université de technologie de Troyes, France

<sup>2</sup>Departamento de Matemáticas  
Universidad de Extremadura, Spain

Groupe de travail FIMA, Grenoble, le 13 Octobre 2011

- 1 Motivations & Objectifs du travail
- 2 Modélisation du système
- 3 Maintenance préventive basée sur le temps calendaire
- 4 Maintenance préventive basée sur la dégradation
- 5 Maintenance préventive basée sur la MRL conditionnelle
- 6 Conclusions

# Motivations

## Motivations

- Maintenance calendaire (TBM): classique et ineffective
- Généralisation des techniques de surveillance  $\Rightarrow$  Politiques conditionnelles
- Maintenance conditionnelle (CBM): onéreuse à cause des inspections, ineffective à cause des mauvais indicateurs de décision

## Nécessité

- CBM vs. TBM  $\Rightarrow$  Avantageuse en terme de coût?
- Construction un indicateur robuste pour la décision en CBM

# Objectifs du travail

- Modéliser un système fonctionnant dans un environnement dynamique  
⇒ **Modèle de défaillances concurrentes dépendantes de dégradation et choc**
- Proposer et développer les modèles de coût des politiques de maintenance:  
⇒ **Politique calendaire: politique  $BR$**   
⇒ **Politique conditionnelle basée sur la dégradation: politique  $(\Delta T, M)$**   
⇒ **Politique conditionnelle basée sur la MRL: politique  $(\Delta T, m)$**
- Étudier les deux politiques  $BR$  et  $(\Delta T, M)$   
⇒ **Quantifier l'apport de l'information de surveillance**
- Étudier les deux politiques  $(\Delta T, m)$  et  $(\Delta T, M)$   
⇒ **Construire un indicateur plus robuste et le quantifier**

# Impact de l'environnement et objectif de modélisation

## Impact de l'environnement

- Environnement dynamique provoque des chocs qui causent une défaillance du système dégradé
- Modèle DTS (degradation-threshold-shock) = modèle de dégradation + modèle de choc

## Contexte

- Modèle DTS traditionnel: indépendant entre processus de choc et de dégradation
- Situations pratiques: dépendance structure entre choc et dégradation est important

## Objectif de modélisation

- Élargir le modèle DTS traditionnel en soulignant la dépendance entre des modes de défaillance

# Modèle DTDS (degradation-threshold-dependent shock)

## Motivation de modélisation

- Plus le système est dégradé, plus il est sensible à des défaillances par choc

## Modélisation de dégradation - Modèle DT

- Processus gamma homogène  $\{x_t\}_{t \geq 0}$ ,  $x_t - x_s \sim Ga(\alpha \cdot (t - s), \beta)$

$$f_{\alpha \cdot (t-s), \beta}(u) = \frac{1}{\Gamma(\alpha \cdot (t-s))} \beta^{\alpha \cdot (t-s)} u^{\alpha \cdot (t-s) - 1} e^{-\beta u} \cdot \mathbf{1}_{\{u \geq 0\}}$$

- Défaillance du système:  $x_t \geq L$  (seuil critique de défaillance par la dégradation)

## Modélisation de choc - Modèle DS

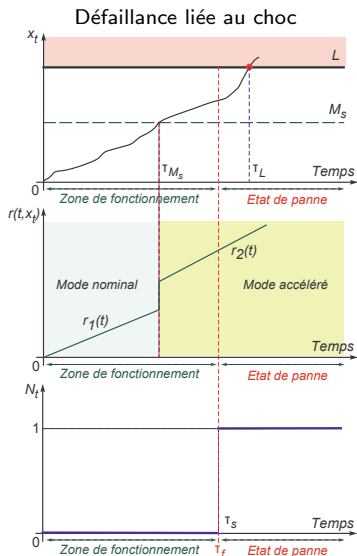
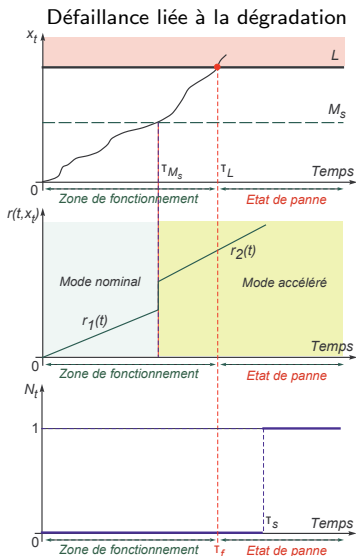
- Processus de Poisson non-homogène  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  dont l'intensité est

$$r(t, x_t) = r_1(t) \mathbf{1}_{\{x_t < M_s\}} + r_2(t) \mathbf{1}_{\{x_t \geq M_s\}}$$

où,  $r_2(t) \geq r_1(t)$ ,  $M_s$  est un niveau de dégradation fixé

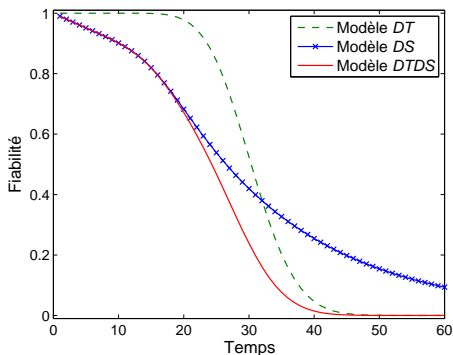
- Le système tombe en panne lorsqu'un choc survient

## Illustration du modèle DTDS



# Fiabilité du modèle DTDS

$$\begin{aligned}\bar{F}_f(t) &= P(x_t < L, N_t = 0) = P(x_t < M_s, N_t = 0) + P(M_s \leq x_t < L, N_t = 0) \\ &= \bar{F}_1(t) \bar{F}_{\tau_{M_s}}(t) + \bar{F}_2(t) \int_0^t a(u) \bar{F}_{\tau_L - \tau_{M_s}}(t - u) du,\end{aligned}$$





# Hypothèses et critère d'évaluation de la performance

## Hypothèses

- Défaillance et dégradation cachées
- Défaillance et dégradation sont révélées par une inspection ( $C_{id}$ )
- Deux actions de maintenance: remplacement préventif ( $C_p > C_{id}$ ) et correctif ( $C_c > C_p$ )  $\Rightarrow$  Renouveler le système
- Durée d'indisponibilité ( $C_d$ ) et actions de maintenance prennent le temps négligeable

## Critère d'évaluation de la performance - critère du coût

- Théorème de renouvellement:

$$C_{\infty} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{E[C(t)]}{t} = \frac{E[C(S)]}{E[S]}$$

où,  $S$  est un cycle de renouvellement

# Politique $BR$

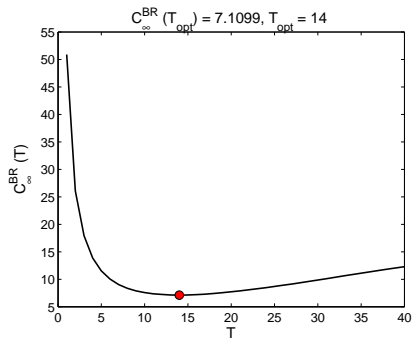
Remplacement à périodes  $T$ , soit préventivement si en marche, soit correctivement sinon

Modèle de coût:

$$C_{\infty}^{BR}(T) = \frac{C_p \bar{F}_f(T) + C_c (1 - \bar{F}_f(T)) + C_d \int_0^T (1 - \bar{F}_f(t)) dt}{T}$$

Optimisation:

$$C_{\infty}^{BR}(T_{opt}) = \min_T \{ C_{\infty}^{BR}(T), T > 0 \}$$



# Modèle et politique de maintenance basée sur le niveau de dégradation (1)

## Politique $(\Delta T, M)$

- Inspecter périodiquement (période  $\Delta T$ )
- Remplacer correctivement si le système tombe en panne
- Remplacer préventivement si le système est en marche et  $x_{T_i} \geq M$
- Variables de décision:  $\Delta T, M$

## Modèle de coût

$$C_{\infty}^{\Delta T, M}(\Delta T, M) = \frac{C_{id}E[N_i^{\Delta T, M}] + C_p P_p^{\Delta T, M} + C_c(1 - P_p^{\Delta T, M}) + C_d E[W_d^{\Delta T, M}]}{E[S^{\Delta T, M}]}$$

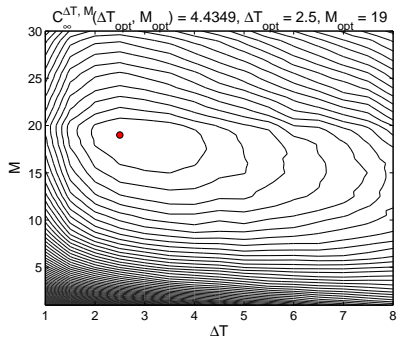
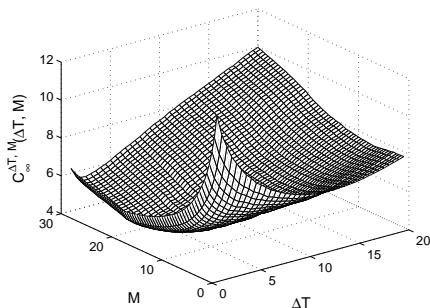
# Modèle et politique de maintenance basée sur le niveau de dégradation (2)

Probabilité de remplacement préventif:  $P_p^{\Delta T, M} = \sum_{k=0}^{\infty} P(E_{p, (k+1)\Delta T}^{\Delta T, M})$

$$E_{p, (k+1)\Delta T}^{\Delta T, M} = \{k\Delta T < \tau_M \leq (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0\}$$

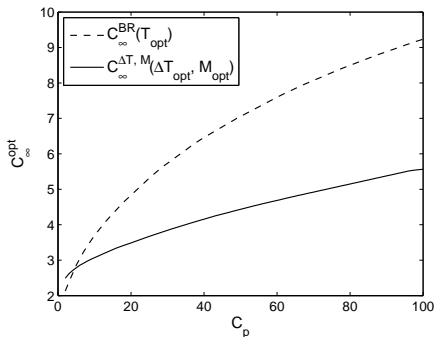
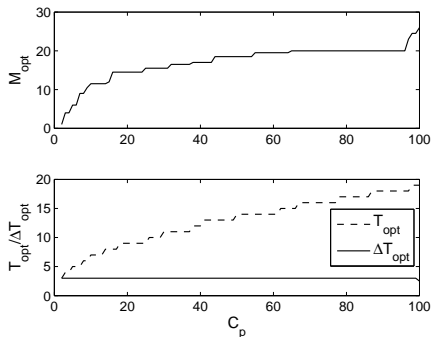
Optimisation:

$$C_{\infty}^{\Delta T, M}(\Delta T_{opt}, M_{opt}) = \min_{\Delta T, M} \{C_{\infty}^{\Delta T, M}(\Delta T, M), \Delta T > 0, 0 < M < L\}$$



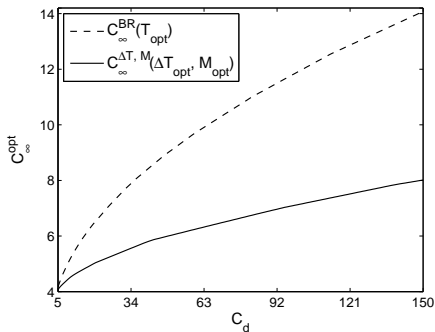
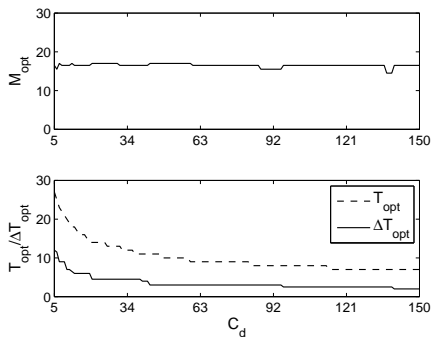
## Coût de remplacement préventif variable

$$C_{id} = 2, C_c = 100, C_p = 2 : 1 : 100, C_d = 25$$



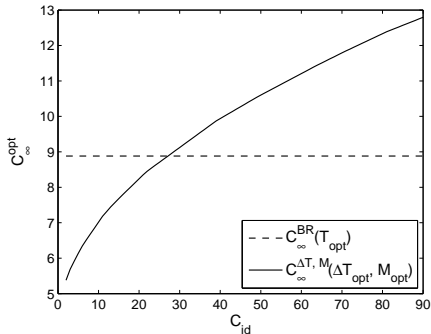
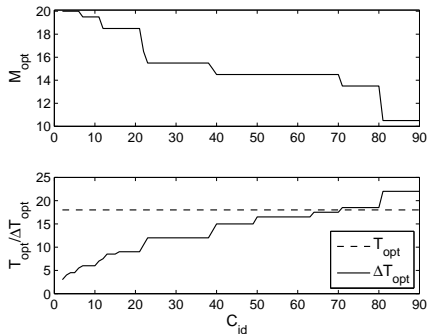
## Coût d'indisponibilité par unité de temps variable

$$C_{id} = 5, C_c = 100, C_p = 50, C_d = 5 : 1 : 150$$



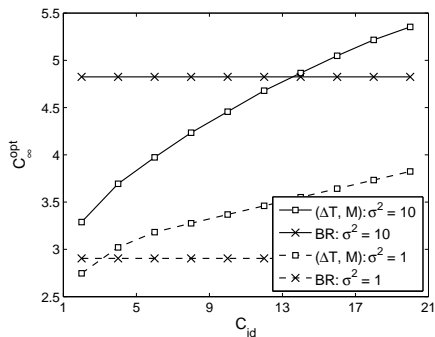
## Coût d'inspection variable

$$C_{id} = 2 : 1 : 90, C_c = 100, C_p = 90, C_d = 25$$

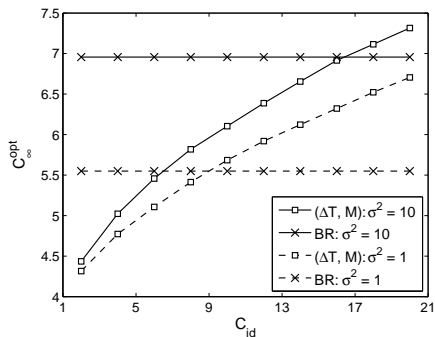


## Sensibilité à la dynamique d'évolution du système

$$r_1(t) = 0.001, r_2(t) = 0.01$$



$$r_1(t) = 0.01, r_2(t) = 0.1$$





# Motivations

## Indicateur de décision conditionnelle

- **Bon indicateur** doit caractériser précisément l'état courant et futur du système
- Niveau de dégradation: classique, ne représente que l'état de santé courant, n'est pas suffisant pour un modèle DTS

⇒ **La durée de vie résiduelle moyenne (MRL) conditionnelle?**

## Prise de décision en maintenance préventive

- Décision basée sur le niveau de dégradation: populaire
- Décision basée sur la MRL: rare

⇒ **Comment intègre-t-on la MRL dans les règles de décision?**

⇒ **Quel sont ses apports?**

# Construction de MRL conditionnelle (1)

## Calcul de MRL

Fonction de RUL à l'instant  $t$ :

$$\tau_f - t \mid \tau_f > t, \mathbf{Z}_{0:t}$$

$\tau_f$ : date de défaillance,  $\mathbf{Z}_{0:t}$ : covariables corrélées à l'état du système

- Méthode classique:  $\tau_f - t \mid \tau_f > t$
- Dans ce travail:

$$m_{x_t}(t) = E[\tau_f - t \mid \tau_f > t, x_t] = \int_t^\infty R(u \mid x_t) du$$

$x_t$ : niveau de dégradation à  $t$ ,  $R(u \mid x_t)$  fiabilité conditionnelle à  $u > t$  sachant  $x_t$

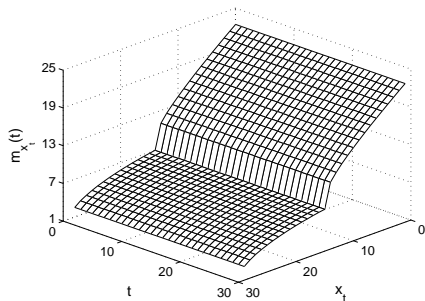
## Fiabilité conditionnelle du modèle DTDS

$$R(u \mid x_t) = P(x_u < L, N_u = 0 \mid x_t) = R_1(u \mid x_t) \mathbf{1}_{\{x_t < M_s\}} + R_2(u \mid x_t) \mathbf{1}_{\{x_t \geq M_s\}}$$

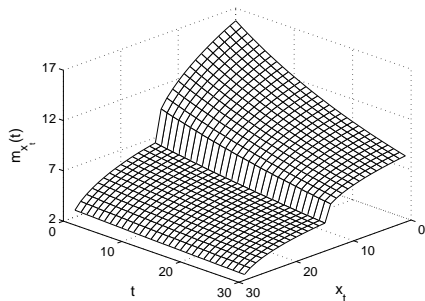
- $R_1(u \mid x_t) = \bar{F}_{\tau_{M_s - x_t}}(u - t) \frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_1(t)} + \int_t^u \bar{F}_{\tau_L - \tau_{M_s}}(u - v) \frac{\bar{F}_1(v) \bar{F}_2(u)}{\bar{F}_1(t) \bar{F}_2(v)} f_{\tau_{M_s - x_t}}(v - t) dv$
- $R_2(u \mid x_t) = \bar{F}_{\tau_L - x_t}(u - t) \frac{\bar{F}_2(u)}{\bar{F}_2(t)}$

# Construction de MRL conditionnelle (2)

## Illustrations:



$$r_1(t) = 0.01, r_2(t) = 0.1$$



$$r_1(t) = 0.0025t + 0.01, r_2(t) = 0.0025t + 0.1$$

## Remarques:

- $r(t, x_t)$  **indépendant** du temps: MRL est **inutile** pour la décision en maintenance
- $r(t, x_t)$  **dépendant** du temps: MRL est **utile** pour la décision en maintenance

# Modèle et politique de maintenance basée sur MRL (1)

## Politique $(\Delta T, m)$

- Inspecter périodiquement (période  $\Delta T$ )
- Remplacer correctivement si le système tombe en panne
- Calculer la MRL conditionnelle à chaque inspection
- Remplacer préventivement si le système est en marche et  $m_{x_{T_i}}(T_i) \leq m$
- Variables de décision:  $\Delta T, m$

## Modèle de coût

$$C_{\infty}^{\Delta T, M}(\Delta T, m) = \frac{C_{id}E[N_i^{\Delta T, m}] + C_p P_p^{\Delta T, m} + C_c(1 - P_p^{\Delta T, m}) + C_d E[W_d^{\Delta T, m}]}{E[S^{\Delta T, m}]}$$

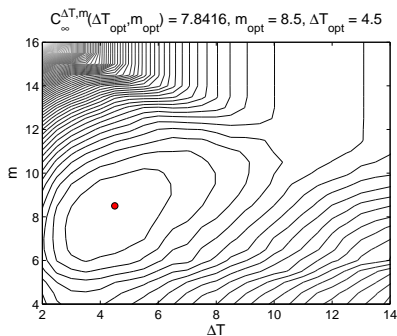
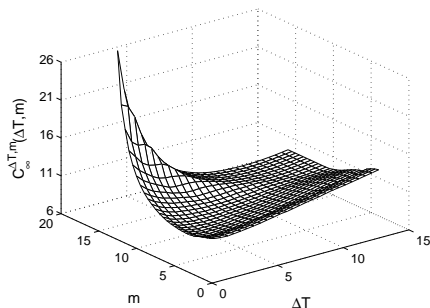
# Modèle et politique de maintenance basée sur MRL (2)

Probabilité de remplacement préventif:  $P_p^{\Delta T, m} = \sum_{k=0}^{\infty} P \left( E_{p, (k+1)\Delta T}^{\Delta T, m} \right)$

$$E_{p, (k+1)\Delta T}^{\Delta T, m} = \left\{ m_{x_{k\Delta T}}(k\Delta T) > m \geq m_{x_{(k+1)\Delta T}}((k+1)\Delta T), \right. \\ \left. (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0 \right\}$$

Optimisation:

$$C_{\infty}^{\Delta T, m}(\Delta T_{opt}, m_{opt}) = \min_{\Delta T, m} \left\{ C_{\infty}^{\Delta T, m}(\Delta T, m), \Delta T > 0, 0 < m < MTTF \right\}$$



# Équivalence des politiques $(\Delta T, m)$ et $(\Delta T, M)$ (1)

Analyse de l'équivalence des probabilités de **remplacement préventif**

Cas de figure de  $r(t, x_t)$  indépendant du temps

- MRL ne dépend que du  $x_t \rightarrow$  noter  $m_x$
- $X_m = \inf \{0 \leq x \leq L, m_x \leq m\}$ ,  $\tau_{X_m}$  et  $\tau_M$  suivent la même loi
- Événement de remplacement préventif à  $(k+1)\Delta T$ :

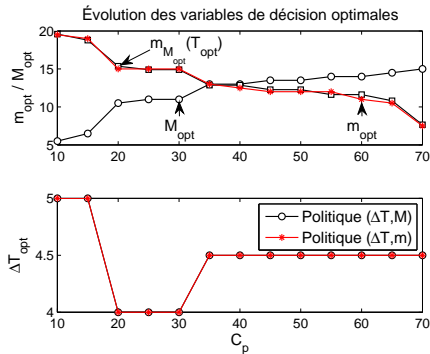
$$\begin{aligned}
 E_{p, (k+1)\Delta T}^{\Delta T, m} &\triangleq \left\{ m_{x_{k\Delta T}} > m \geq m_{x_{(k+1)\Delta T}}, (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0 \right\} \\
 &\Leftrightarrow \left\{ x_{k\Delta T} < X_m \leq x_{(k+1)\Delta T}, (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0 \right\} \\
 &\Leftrightarrow \left\{ k\Delta T < \tau_{X_m} \leq (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0 \right\}
 \end{aligned}$$

$$P_p^{\Delta T, m}(\Delta T, m) \equiv P_p^{\Delta T, M}(\Delta T, X_m)$$

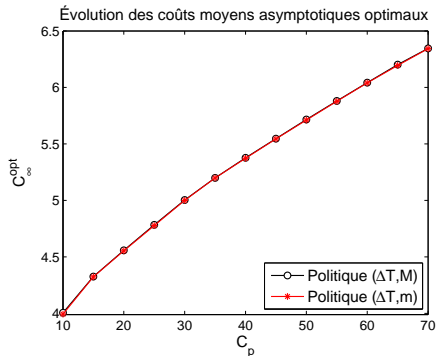
**Remarque:** Deux politiques  $(\Delta T, m)$  et  $(\Delta T, M)$  sont équivalentes lorsque le taux de choc est indépendant du temps

# Équivalence des politiques $(\Delta T, m)$ et $(\Delta T, M)$ (2)

Cas de figure de  $r(t, x_t)$  indépendant du temps

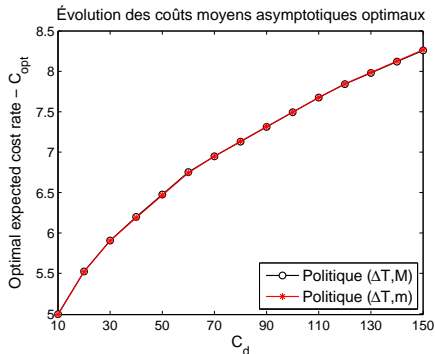
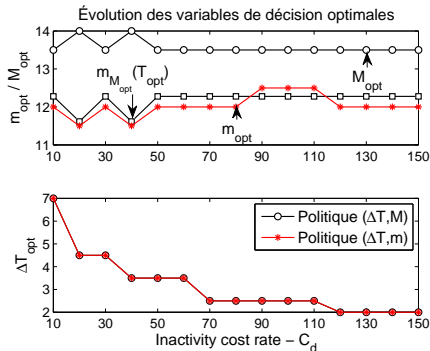


Coût de remplacement préventif variable



# Équivalence des politiques $(\Delta T, m)$ et $(\Delta T, M)$ (3)

Cas de figure de  $r(t, x_t)$  indépendant du temps

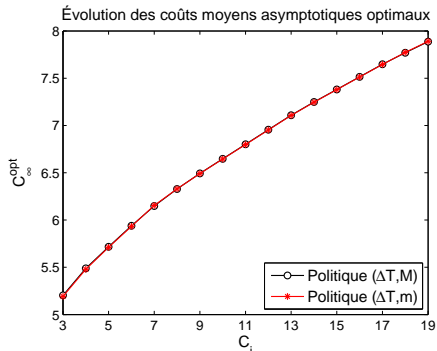
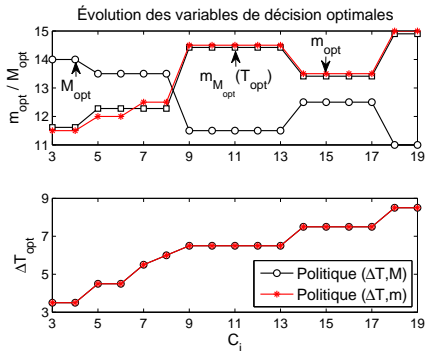


Coût d'indisponibilité par unité de temps variable



# Équivalence des politiques $(\Delta T, m)$ et $(\Delta T, M)$ (4)

Cas de figure de  $r(t, x_t)$  indépendant du temps



Coût d'inspection variable

# Équivalence des politiques $(\Delta T, m)$ et $(\Delta T, M)$ (5)

## Cas de figure de $r(t, x_t)$ dépendant du temps

- MRL dépend à la fois de  $x_t$  et  $t$
- $X_{t,m} = \inf \{0 \leq x \leq L, m_{x_t}(t) \leq m\}$  pour  $t$  fixé,  $\tau_{X_{t,m}}$  et  $\tau_M$  suivent les lois différentes
- Événement de remplacement préventif à  $(k+1)\Delta T$ :

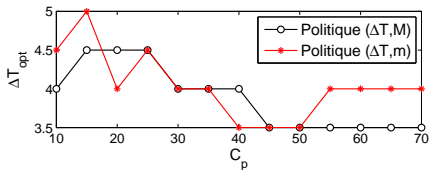
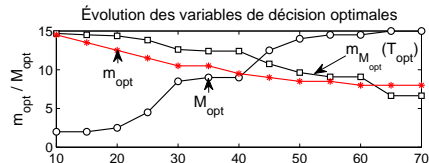
$$\begin{aligned}
 E_{p,(k+1)\Delta T}^{\Delta T, m} &\triangleq \left\{ m_{x_{k\Delta T}}(k\Delta T) > m \geq m_{x_{(k+1)\Delta T}}((k+1)\Delta T), \right. \\
 &\quad \left. (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0 \right\} \\
 \Leftrightarrow &\left\{ X_{k\Delta T} < X_{k\Delta T, m}, X_{(k+1)\Delta T, m} \leq X_{(k+1)\Delta T}, \right. \\
 &\quad \left. (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0 \right\} \\
 \Leftrightarrow &\left\{ k\Delta T < \tau_{X_{k\Delta T, m}}, \tau_{X_{(k+1)\Delta T, m}} \leq (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0 \right\}
 \end{aligned}$$

$$P_p^{\Delta T, m}(\Delta T, m) \neq P_p^{\Delta T, M}(\Delta T, X_{t,m})$$

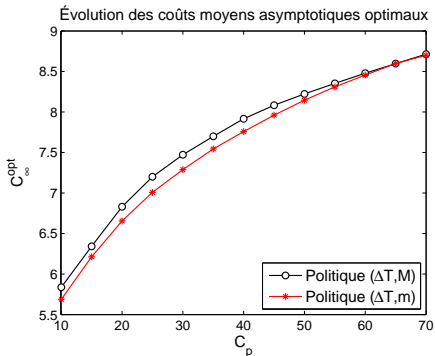
**Remarque:** Deux politiques  $(\Delta T, m)$  et  $(\Delta T, M)$  ne sont pas équivalentes lorsque le taux de choc est dépendant du temps

# Équivalence des politiques $(\Delta T, m)$ et $(\Delta T, M)$ (6)

Cas de figure de  $r(t, x_t)$  dépendant du temps

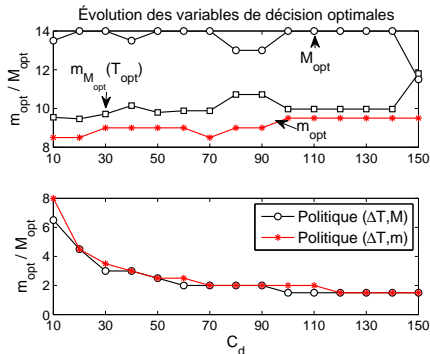


Coût de remplacement préventif variable

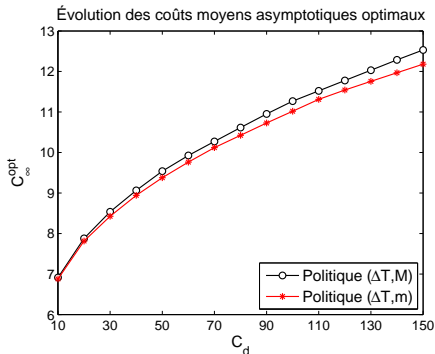


# Équivalence des politiques $(\Delta T, m)$ et $(\Delta T, M)$ (7)

Cas de figure de  $r(t, x_t)$  dépendant du temps

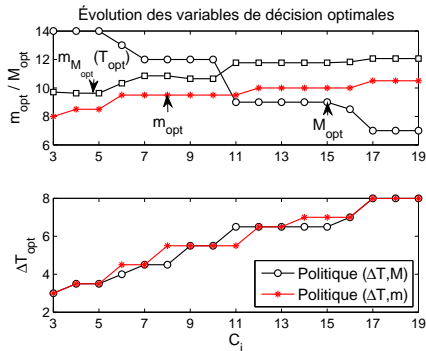


Coût d'indisponibilité par unité de temps variable

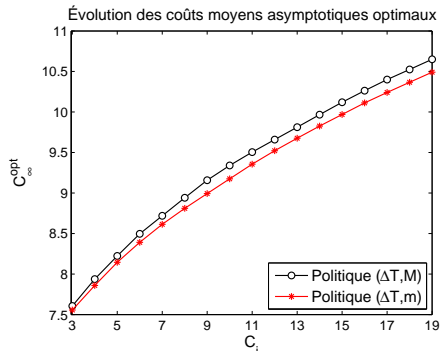


# Équivalence des politiques $(\Delta T, m)$ et $(\Delta T, M)$ (8)

Cas de figure de  $r(t, x_t)$  dépendant du temps



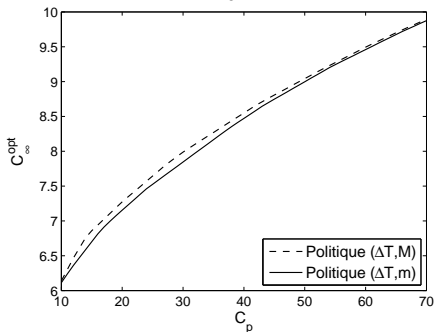
Coût d'inspection variable



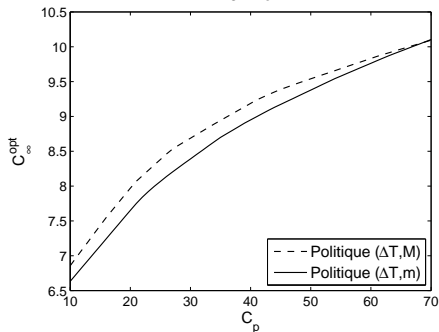
## Coût de remplacement préventif variable

$$C_{id} = 5, C_c = 100, C_p = 10 : 1 : 70, C_d = 50$$

$$\sigma^2=2$$



$$\sigma^2=10$$

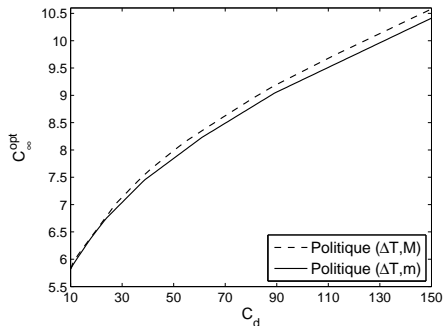


$$r_1(t) = 0.0025t + 0.01 \text{ et } r_2(t) = 0.0025t + 0.1$$

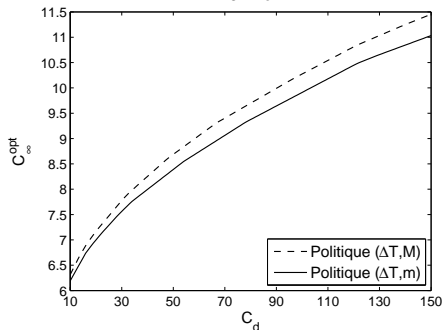
## Coût d'indisponibilité par unité de temps variable

$$C_{id} = 5, C_c = 100, C_p = 30, C_d = 10 : 1 : 150$$

$$\sigma^2=2$$



$$\sigma^2=10$$

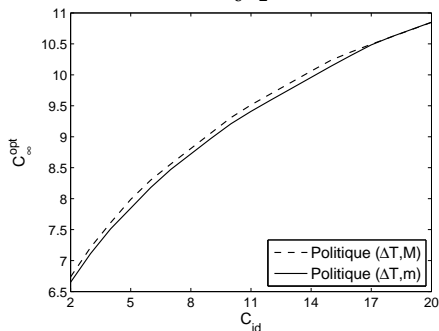


$$r_1(t) = 0.0025t + 0.01 \text{ et } r_2(t) = 0.0025t + 0.1$$

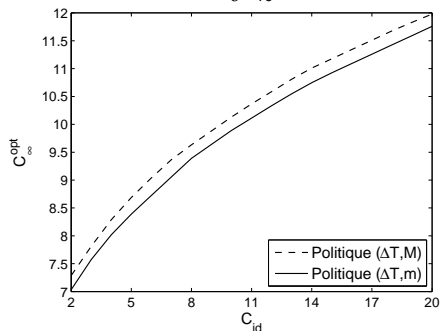
## Coût d'inspection variable

$$C_{id} = 2 : 1 : 20, C_c = 100, C_p = 30, C_d = 50$$

$$\sigma^2=2$$



$$\sigma^2=10$$



$$r_1(t) = 0.0025t + 0.01 \text{ et } r_2(t) = 0.0025t + 0.1$$



# Conclusions

- Le modèle de dégradation/défaillance proposé a le mérite d'être assez générique et de combiner un phénomène de dégradation graduel avec chocs
- Montrer l'intérêt de développer des modèles quantitatifs qui permettent d'intégrer de l'information de surveillance en maintenance
- Proposer et montrer l'intérêt économique de la prise de décision basée sur la durée de vie résiduelle conditionnelle

Merci de votre attention!

Questions?